

## 二等辺三角形になるための条件

令和4年 12月2日(金) 5校時 2年2組教室 2年2組23名(男子10名 女子13名)

## 1 単元について

○ 本単元は中学校学習指導要領解説数学「B(2) 図形の合同」では、次のように記されている。

(2) 図形の合同について、数学的活動を通して、次の事項を身に付けることができるよう指導する。

ア 次のような知識を身に付けること。

(ア) 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解すること。

(イ) 証明の必要性和意味及びその方法について理解すること。

イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。

(ア) 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること。

(イ) 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用すること。

## (1) 単元観

本単元は、三角形や四角形などの多角形の角の大きさについての性質を、数学的な推論を用いて調べることができるようにしたり、根拠を基にして筋道立てて考え説明したりするとともに、三角形の合同条件を使って、図形の性質を演繹的に確かめ、論理的に考察し表現する能力を育てることをねらいとしている。基本的な平面図形の性質や証明の必要性について学習することで、「仮定」と「結論」を結び付けるために証明の根拠を明らかにし、試行錯誤しながら方針を立てるなど、図形の性質を導くための考え方を一層豊かにする。また、様々な図形について考察することで、図形に対する興味や関心を引き出すことができる単元である。

## (2) 生徒観

本学級の生徒は、おおむね意欲的に数学の学習に取り組んでいるが、内容の定着には学級内で大きな差が見られる。本学級の生徒に事前に行ったアンケート(令和4年11月17日実施、21名回答、2人欠席)では、「数学の問題に取り組む際、自分の力で解くことを心がけていますか。」の項目の肯定的評価は81%であったが、「数学の授業に意欲的に取り組んでいますか。」の項目の肯定的評価は67%に留まった。また、「平面図形の問題は得意ですか。」の項目の肯定的評価も57%であり、授業の様子からも、図形の特徴を捉え、それらを説明することに苦手意識をもっていることが分かる。

一方で、「友達と話し合っって課題を解決する活動は得意ですか。」の項目は肯定的評価が85%であった。特に「連立方程式」の単元では、グループ活動や教え合いを積極的に行うなど、授業に意欲的に取り組む姿が見られた。さらに、「ICTを使った授業は分かりやすいですか。」の項目も肯定的評価が100%であり、生徒全員がICTを活用した授業に意欲的に参加していることが分かる。

## (3) 指導観

指導に当たっては、「なぜ証明をすることが必要なのだろうか。」という単元を貫く問いを設定し、仮定や図から分かることを整理させたり、「どのようにすれば結論を導くことができるのか。」と繰り返し問いかけたりすることで、証明することの意義を実感できるような学習活動とする。比較・検討を重ねながらこの単元を貫く問いを考えさせることで、他の単元においても活用できるような論理的思考力を養いたい。

また、比較・検討の際に、他者と意見を交流する場面や、グループ活動を多く設けたり、Jamboardを活用したりすることで、生徒の主体性を引き出すとともに、配慮を要する生徒への支援としたい。さらに、図などを用いて思考を視覚的に整理させながら問題に取り組ませることで、統合的・発展的に考察する力や、自分の考えを簡潔・明瞭・的確に表現する力を身に付けさせたい。

#### (4) 単元の目標

- 平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解する。
- 証明の必要性と意味及びその方法について理解する。

【ア. 知識・技能】

- 三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりする力を養う。
- 三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用する力を養う。

【イ. 思考・判断・表現】

- 図形の合同や証明のよさを実感して粘り強く考え、様々な図形について、それらの性質や関係を見出し、意欲的に課題を解決しようとする態度を養う。

【ウ. 主体的に学習に取り組む態度】

#### (5) 本単元において育成しようとする資質・能力とのかかわり

本校で、次の資質・能力の育成に重点を置いている。

- ①言語・数量・情報 ②問題解決力 ③情報活用力 ④コミュニケーション能力 ⑤主体性・協調性

この中から、本単元において育成しようとする資質・能力とのかかわりについて、次の1点に重点を置くものとする。

#### ④ コミュニケーション能力

証明の方法や、性質の利用の仕方について、比較・検討をし、自分の考えを他者に説明する活動を取り入れる。この活動によって、どのような表現をするとより分かりやすく伝わるかを考え、試行錯誤する能力を養いたい。また、これらの活動の中で自己の考えを積極的に伝えたり、他者と意見を交流したりすることによって、コミュニケーション能力を育てたい。

#### (6) 本質的な問い

数学的な考え方は、どのような場面で役に立っているだろうか。

#### (7) 単元を貫く問い

なぜ証明をすることが必要なのだろうか。

#### (8) 個別の問い

- ・なぜ二等辺三角形の底角は等しくなるのだろうか。
- ・なぜ2つの角が等しい三角形の2辺は等しくなるのだろうか。
- ・直角三角形の合同条件はどのようにして導くことができるだろうか。

## 2 単元の評価規準

観点	ア. 知識・技能	イ. 思考・判断・表現	ウ. 主体的に学習に取り組む態度
評価規準	①平面図形の合同の意味及び三角形の合同条件について理解している。 ②証明の必要性と意味及びその方法について理解している。	①三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり、証明を読んで新たな性質を見いだしたりしている。 ②三角形や平行四辺形の基本的な性質などを具体的な場面で活用している。	①図形の合同や証明のよさを実感して粘り強く考え、様々な図形について、それらの性質や関係を見出したりして、意欲的に課題を解決しようとしている。 ②図形を学ぶことの意義や必要性を考えようとしている。

### 3 指導計画（19時間）

次	時	学習活動	指導上の留意点（○） 予想される生徒の反応（・）	評価基準 【観点】（評価方法）
一 三 角 形	1	1. 三角形や四角形について既習事項を復習する。  2. 本時の学習内容を確認する。  3. 仮定と結論を整理し、補助線の条件を考える。  4. 三角形の合同条件を用いて証明する。  5. 全体交流をする。 6. 新出用語を確認する。 7. 振り返りをする。	○それぞれの図形にはどのような特徴があるのかを確認する。  ○これまで、二等辺三角形の2つの角が等しいことは、操作的な方法でしか確かめられなかったことを確認する。 ・角度を測っていた。 ・折り返して重ねていた。  ○どのような条件が考えられるかを交流し、条件から分かることを、記号を使って表す。 ・ $\angle A$ の二等分線 $\rightarrow \angle BAD = \angle CAD$ ・BCの midpoint $\rightarrow BD = CD$ ・垂線を引く $\rightarrow \angle ADB = \angle ADC$  ○どれか1つの条件を選んで証明する。 ・垂線では、三角形の合同条件が使えないため証明ができない。 ○モニターを用いて、頂角・底辺・底角の意味を確認する。	【ア②】 ワークシート 振り返り
	2	1. 前時の復習をする。  2. 新出用語の確認をする。  3. 本時の学習課題を確認する。  4. 例題を解く。 5. 問題演習を行う。 6. 全体交流をする。 7. 振り返りをする。	○二等辺三角形の2つの角が等しいことの証明の流れや、用語の復習を行う。 ○定理と定義の意味の違いを確認する。  ○定理が利用できることを確認する。 ・定理から、底角が等しいことを使うことができるな。 ○図形の中に、分かる角度をかきこませる。	【イ①】 ワークシート 振り返り

【単元を貫く課題】なぜ証明をすることが必要なのだろうか。

めあて：二等辺三角形の2つの角が等しいことを証明しよう。

めあて：二等辺三角形の底角の性質を利用して、角の大きさを求めよう。

3	1. 前時の復習をする。	○底角の性質を利用した問題に取り組ませる。	【イ②】 ワークシート 振り返り	
	2. 本時の学習課題を確認する。			
めあて：二等辺三角形について、底角以外の性質を見つけよう。				
4 本時	3. 予想を立てる。	○前々時の証明から、底角が等しいこと以外にどのようなことが分かるかを考えさせる。 ・ $\angle ADB = \angle ADC$ 分かる。 ・それぞれ $90^\circ$ になりそう。		
	4. 証明を行う。	○穴埋め形式にすることで、証明の流れを掴ませる。 ・二等辺三角形の頂角の二等分線は、底辺を垂直に2等分する。		
	5. 問題演習を行う。	○頂角の二等分線の性質を利用した問題に取り組ませる。		
	6. 振り返りをする。			
	1. 既習事項を確認する。	○二等辺三角形の性質を確認し、2つの角度が分かっている三角形を提示する。		【イ①】 ワークシート
	2. 本時の学習課題を確認する。			
めあて：2つの角が等しい三角形の2辺は等しいことを証明しよう。				
5	3. 個人思考を行う。	○仮定と結論を整理し、補助線の条件を考えさせる。 ・ $\angle A$ の二等分線が使いそう。 ・BC の中点が使いそう。 ・垂線が引けそう。		
	4. 集団思考を行う。 【資質・能力】 ④コミュニケーション能力	○根拠をもとにして、どの補助線の条件が証明しやすいかを、比較しながら考えさせる。 ・中点では、間の角が等しいことがいえないから、三角形の合同条件が使いそうにない。		
	5. 全体交流をする。			
	6. 問題演習を行う。	○定理を利用し、二等辺三角形であることを判断する問題に取り組ませる。		
	7. 振り返りをする。			
	1. 前時の復習をする。	○二等辺三角形の定義や定理を確認する。		【ア②】 ワークシート 振り返り
	2. 本時の学習課題を確認する。			
めあて：正三角形の3つの角が等しいことを証明しよう。				

	<p>3. 個人思考を行う。</p> <p>4. 全体交流をする。</p> <p>5. 定理を確認する。</p> <p>6. 振り返りをする。</p>	<p>○正三角形の定義を確認し、証明の方針を立てさせる。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 仮定・・・<math>AB=BC=CA</math></li> <li>・ 結論・・・<math>\angle A=\angle B=\angle C</math></li> <li>・ 正三角形は、2辺が等しい三角形としてみるができるから、二等辺三角形の定義を使えそうだな。</li> </ul>	
6	<p>1. 既習事項の確認をする。</p> <p>2. 本時の学習課題を確認する。</p>	<p>○仮定と結論の意味を確認する。</p> <p>○二等辺三角形の底角の性質と、二等辺三角形になるための条件の仮定と結論を比較する。</p>	<p>【ア②】</p> <p>ワークシート 振り返り</p>
	<p>めあて：仮定と結論を入れかえたことについて考えよう。</p>		
7	<p>3. 新出用語を確認する。</p> <p>4. 個人思考を行う。</p> <p>5. ペアで交流する。</p> <p>6. 振り返りをする。</p>	<p>○逆の意味を理解する。</p> <p>○正しいことがらの逆はいつでも正しいとは限らないことを確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 正しくないことを説明するには、例を挙げなければいけない。</li> </ul> <p>○問題を出し合い、逆が正しくない場合は反例を挙げさせる。</p>	
	<p>1. 既習事項を確認する。</p> <p>2. 本時の学習課題を確認する。</p>	<p>○三角形の合同条件を確認する。</p>	<p>【ア① イ①】</p> <p>ワークシート 振り返り</p>
<p>めあて：直角三角形の合同条件を導き出そう。</p>			
	<p>3. 個人思考を行う。</p> <p>4. 集団思考を行う。</p> <p>【資質・能力】</p> <p>④コミュニケーション能力</p> <p>5. 全体交流をする。</p> <p>6. 問題演習を行う。</p>	<p>○三角形の合同条件と比較しながら、穴埋めに当てはまる言葉を考える。</p> <p>○個人で考えたことを班で確認する。</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・ 直角三角形は、角度が1つ分かっているから、三角形の合同条件とは異なりそうだな。</li> <li>・ 斜辺を使って表すことができないかな。</li> </ul> <p>○直角三角形の合同条件を確認する。</p> <p>○直角三角形の合同条件のうち、どれを使うかを考える問題に取り組みさせる。</p>	

	7. 振り返りをする。			
8	1. 前時の復習をする。	○直角三角形の合同条件を確認する。	【イ①】 ワークシート 振り返り	
	2. 本時の学習課題を確認する。			
	めあて：直角三角形の合同条件を利用して証明をしよう。			
	3. 個人思考を行う。	○レベル別の証明の問題に取り組ませる。 ・直角三角形の合同条件を使うためには、どのようなことがいえれば良いのかな。		
	4. 集団思考を行う。	○教え合いながら、個人で取り組んだレベルより上の証明問題に取り組ませる。		
	5. 振り返りをする。			
二 平 行 四 辺 形	1	・平行四辺形の定義と性質を知る。 ・平行四辺形の性質を証明する。	○既習事項を確認しながら、定義と定理の意味を理解させる。	【イ①】 ワークシート 振り返り
	2	・平行四辺形の性質を利用して、図形の性質を証明する。	○証明をするために必要なことがらを整理させる。	【イ②】 ワークシート 振り返り
	3	・具体的な事象を考察することを通して、平行四辺形になるための条件2を証明する。	○具体的な事象を考察する際、理想化・単純化したり、図形化・記号化をしたりする必要があることを考えさせる。	【イ①】 ワークシート 振り返り
	4	・平行四辺形の性質の逆を証明することを通して、平行四辺形になるための条件3, 4を見いだす。	○図形の性質を調べる方法として、その逆を考えることの意義を把握させる。	【イ①】 ワークシート 振り返り
	5	・平行四辺形になるための条件5を証明する。	○平行四辺形になるための条件を整理させる。	【イ①】 ワークシート 振り返り
	6	・平行四辺形になるための条件を利用して図形の性質を証明したり、その証明を振り返って統合的・発展的に考えたりする。	○1つの命題を証明したあと、自分で条件を変え、発展的に考察させる。	【イ② ウ①】 ワークシート 振り返り
	7	・長方形、ひし形、正方形の定義やそれらと平行四辺形との相互関係を理解する。	○長方形やひし形の定義のなかに、平行四辺形になるための条件が含まれていることを意識させる。	【ア②】 ワークシート 振り返り
	8	・長方形やひし形の対角線の性質を証明する。また、その性質の逆が	○平行四辺形にどんな条件を加えれば長方形やひし形、正方形になるかを	【イ①】 ワークシート

	正しくないことを、反例をあげて示す。	考えさせることで、これらの図形についての理解を深める。	振り返り
9	・既習の内容を活用して、図形の性質を見だし証明したり、問題の条件を変えて統合的・発展的に考えたりする。	○条件を変えて比較をさせながら証明をさせる。	【イ② ウ①】 ワークシート 振り返り
10	・平行線の性質を利用して、図形を等積変形する。	○面積が等しいことの根拠を明確にさせる。	【イ② ウ①】 ワークシート 振り返り
11	・単元の復習をする。	○入試問題に取り組みさせる。	【ウ① ウ②】 ワークシート 振り返り

#### 4 本時の展開（4／19時間）

##### (1) 本時の目標

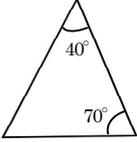
「二等辺三角形になるための条件」の定理を証明することができる。

##### (2) 観点別評価規準

イ①三角形の合同条件などを基にして二等辺三角形になるための条件を論理的に確かめている。

十分満足 (A)	おおむね満足 (B)	努力を要する生徒への手だて (C)
<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の合同条件などを基にして、二等辺三角形になるための条件を、根拠を明らかにしながら論理的に確かめている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の合同条件などを基にして、二等辺三角形になるための条件を確かめている。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・三角形の合同条件などを基にして、二等辺三角形になるための条件を論理的に確かめることができていない。</li> </ul>
<p>ワークシート記述例</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・㉞は、2組の辺は等しいが、間の角の<math>\angle ADB = \angle ADC</math> がいえないため、三角形の合同条件を使うことができない。</li> <li>・㉟と㊱は、共通な辺があり、三角形の内角の和が<math>180^\circ</math> であることから、両端の角が等しいことがいえ、三角形の合同条件を使うことができる。</li> </ul>	<p>ワークシート記述例</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・㉟と㊱は、共通な辺があり、三角形の内角の和が<math>180^\circ</math> であることから、両端の角が等しいことをいえる。</li> <li>・㊲は証明することができない。</li> </ul>	<p>手立て</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・証明の流れを掴むことができるように支援を行う。</li> <li>・三角形の合同条件を振り返り、それぞれの場合ではどうなるか考えさせる。</li> <li>・友達と比較したり、交流したりする場面を設ける。</li> </ul>

(3) 学習の展開

学習活動	指導上の留意点 (○) 予想される生徒の反応 (・)	評価規準 (評価方法) 配慮を要する生徒への支援 (◆)
<p>1 既習事項を確認する</p> <p>・二等辺三角形の定義や、底角の性質について復習をする。</p> <p>2 本時の学習課題を確認する。</p> <p>・次の三角形を提示する</p> 	<p>○モニターを用いて復習をさせる。</p> <p>・二等辺三角形の定義は、2辺が等しいことだったな。</p> <p>・二等辺三角形で、長さの等しい2つの辺の間の角のことを頂角、頂角に対する辺を底辺、底辺の両端の角を底角というんだったな。</p> <p>・二等辺三角形の定理は、底角は等しいことだったな。</p> <p>○「この三角形はどんな三角形であるだろうか。」と質問し、次の三角形を提示する。</p> <p>・二等辺三角形である。</p> <p>○「なぜ二等辺三角形だと分かるのか。」と問う。</p> <p>・角度の書いてない角は70°になるから。</p> <p>・底角が等しいから。</p> <p>○「二等辺三角形であれば底角は等しいが、その逆は必ず成り立つのか。」と発問する。</p> <p>・たしかに、問題文には二等辺三角形とは書いていない。</p> <p>・証明しないと分からないな。</p>	<p>◆穴埋め式の復習にすることで、答えを導きやすくする。</p> <p>◆前時までのワークシートを見ても良いこととする。</p> <p>◆三角形の内角の和について確認する。</p>
<p>めあて：2つの角が等しい三角形の2辺は等しいことを証明しよう。</p>		
<p>3 個人思考を行う。</p> <p>・証明するために必要な補助線の条件について考える。</p>	<p>○仮定と結論を確認させる。</p> <p>・仮定 2つの角が等しい <math>\angle B = \angle C</math></p> <p>・結論 2つの辺が等しい <math>AB = AC</math></p> <p>○証明の方針を考えさせる。</p> <p>・三角形の合同条件が使いそう。</p> <p>・三角形の合同条件を使うには、補助線を引けばいいのかな。</p> <p>○補助線の条件を考えさせ、条件から分かることを、記号を使って表させる。</p>	<p>◆意図的に中点を大幅に外すように適当な補助線をかき、補助線には条件が必要であることを気付かせる。</p> <p>◆机間巡視し、ヒントを与える。</p>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>・BCの midpoint と A を結ぶ(<math>BD=CD</math>)・・・㉗</li> <li>・<math>\angle A</math> の二等分線(<math>\angle BAD=\angle CAD</math>)・・・㉘</li> <li>・A から BC へ垂線を下す(<math>\angle ADB=\angle ADC</math>) ・・・㉙</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ キーワードや記号を使って表すように指示する。</li> </ul>
<p><b>4 集団思考を行う。</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・補助線の条件について意見交流をし、Jamboard に記入する。</li> </ul> <p><b>【資質・能力】</b></p> <p>④コミュニケーション能力</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・Jamboard の意見を整理しながら、証明の方針を全体で確認する。</li> <li>・どの合同条件が使えるそうかを考え、班で証明をする。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>○班で交流する中で、できるだけ多くの条件を出させる。</li> <li>○補助線の条件を、数学用語を用いて説明させる。</li> <li>○どの条件であれば証明できるか考えさせる。</li> <li>・㉗は、2組の辺が等しいけど、間の角の <math>\angle ADB=\angle ADC</math> がいえない。</li> <li>・㉘は、共通な辺があり、三角形の内角の和が <math>180^\circ</math> であることから、「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という合同条件が使えるそう。</li> <li>・㉙も㉘と同じように「1組の辺とその両端の角がそれぞれ等しい」という合同条件が使えるそう。</li> </ul>	<div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center;"> <p><b>瀬戸田シン キングタイム</b></p> </div> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; text-align: center; margin-top: 10px;"> <p><b>ICT の活用</b></p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 証明の流れのヒントカードを提示する。</li> </ul> <p><b>【評価方法】</b></p> <p>イ)①三角形の合同条件などを基にして、二等辺三角形になるための条件を論理的に確かめることができる。(ワークシート)</p>
<p><b>5 全体で交流する。</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・どの三角形の合同条件が使えるのかを交流する。</li> <li>・二等辺三角形の定理を確認する。</li> </ul> <p><b>6 まとめを行う。</b></p> <p><b>7 練習問題を解く。</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>・二等辺三角形であることを判断する問題に取り組む。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>・㉗は合同条件が使えるそうにない。</li> <li>○㉘・㉙から次の定理が導かれることを確認させる。</li> </ul> <div style="border: 1px solid black; padding: 10px; margin-top: 10px;"> <p><b>【定理】</b>      三角形の2つの角が等しければ、その三角形は、等しい2つの角を底角とする二等辺三角形である。</p> </div> <ul style="list-style-type: none"> <li>・定理から、底角が等しい三角形は二等辺三角形であると分かる。</li> </ul>	<ul style="list-style-type: none"> <li>◆ 定義と定理の意味の違いを再度確認する。</li> <li>◆ 机間巡視し、ヒントを与える。</li> </ul>

8 振り返りを行う。

【振り返り】

底角が等しい三角形は、二等分線を引いたり、垂線を下ろしたりすることで合同な2つの三角形をつくることのできるため、2つの辺が等しいことを証明できる。初めは補助線の条件が、 $\angle A$ の二等分線であることしか思いつかなかったが、班での交流で、BCの中点や垂線などもあることに気付いた。これからは、補助線を引く際には意図をもって引くことを意識していきたい。また、補助線の条件によっては、三角形の合同条件を使えないため、証明をすることができないものもあるということが分かった。

※□囲みで示した活動が、本時におけるシンキングタイムである。

(4) 板書計画

二等辺三角形になるための条件

めあて 2つの角が等しい三角形の2辺は等しいことを証明しよう。

仮定： $\angle B = \angle C$

結論： $AB = AC$

本時の流れ

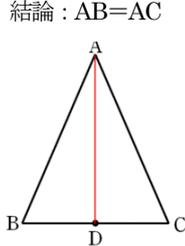
復習

個人思考

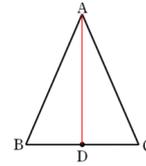
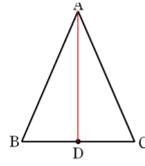
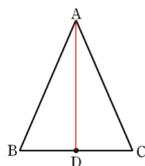
集団思考

練習問題

振り返り



- ⑦  $BD = CD$     ⑧  $\angle BAD = \angle CAD$     ⑨  $\angle ADB = \angle ADC$



【定理】

三角形の2つの角が等しければ、その三角形は、等しい2つの角を底角とする二等辺三角形である。