

相似な図形

本校の育成する資質・能力

知識・技能

思考力・判断力・表現力

主体性・協働性

- 1 日時 令和2年11月4日(水) 15:00~15:50
- 2 学年・学級 3年B組(男子14名 女子16名 計30名)
- 3 場所 3年B組教室
- 4 単元について

(1) 単元観

本単元は中学校学習指導要領(平成29年告示)第3章第3節数学科の内容項目B「図形」の中の(1)「図形の相似」の内容である。
本単元では、次のような資質・能力を育成することと示されている。

- ア 次のような知識及び技能を身に付けること。
- (ア) 平面図形の相似の意味及び三角形の相似条件について理解すること。
 - (イ) 基本的な立体の相似の意味及び相似な図形の相似比と面積比や体積比との関係について理解すること。
- イ 次のような思考力、判断力、表現力等を身に付けること。
- (ア) 三角形の相似条件などを基にして図形の基本的な性質を論理的に確かめること。
 - (イ) 平行線と線分の比についての性質を見だし、それらを確かめること。
 - (ウ) 相似な図形の性質を具体的な場面で活用すること。

数学的な推論の過程に着目して図形の性質や関係を論理的に考察し表現することの意義は、一つには既習の図形の性質や関係を論理的に整理し、体系付け、組み立てていくことにある。その際、合同と相似は重要な概念である。第2学年では、数学的な推論の過程に着目して、図形の合同に基づいて三角形や平行四辺形の基本的な性質を見だし、論理的に確かめ説明することを学習している。

第3学年では、三角形の相似条件などを用いて図形の性質を論理的に確かめ、数学的な推論の必要性や意味及び方法の理解を深め、論理的に考察し表現する力を養う。また、基本的な立体の相似の意味を理解し、相似な図形の性質を用いて図形の計量ができるようにする。

(2) 生徒観(調査結果等から見る課題)

9月に実施した全国学力・学習状況調査の生徒質問紙によると、「数学の勉強は大切だ」の項目の肯定的評価は高かったが、「数学の勉強が好きだ」「数学の授業で学習したことを、普段の生活の中で活用できないか考える」「数学の授業で問題を解くときに、自分で考えた後に、友達と話し合っ、よりよい考えが見つかれば、それを他の問題を解くときに使おうとしている」の項目は低く課題がある。

項目	肯定的評価
数学の勉強は大切だ	83%
数学の勉強が好きだ	28%
数学の授業で学習したことを、普段の学校生活の中で活用できないか考える	31%
数学の授業で問題を解くときに、自分で考えた後に、友達と話し合っ、よりよい考えが見つかれば、それを他の問題を解くときに使おうとしている	38%

9月に実施した実力テストでは、「図形」領域の正答率が12%で、全国平均正答率(21%)を9ポイント下回った。[5](1)「平面図形で条件から角度を求める」問題の正答率は23%で、30%の生徒は誤答類型2の 80° と答えており、問題に示された図形の見た目の影響を受け、条件を適切に捉えることができていないことが課題である。

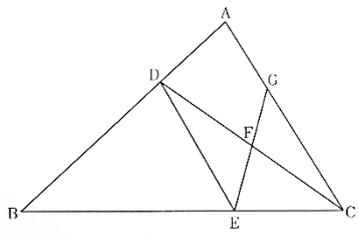
類型	解答類型	割合
1 ○	50°	23%
2 ×	80°	30%
3 ×	60°	10%
4 ×	40°	10%
0	無解答	27%

また、[5](2)「合同の証明」の問題の正答率は、完全正答が7%、部分正答が33%、誤答が20%、無解答40%であり、証明をかくことに課題がある。

これらの結果から、本単元における生徒の課題は次の2点が考えられる。一つ目は、「問題の条件を適切に捉えることができていない」ことである。二つ目は、「証明をかく」ことである。

5] 下の図のような、 $\triangle ABC$ がある。辺AB上に点Dをとり、点Cと点Dを結ぶ。点Dを通り、辺ACに平行な直線と辺BCとの交点をEとする。線分CDの中点をFとし、直線EFと辺ACとの交点をGとする。

このとき、次の(1)~(3)の問いに答えなさい。



(1) $AB = AC$, $\angle BAC = 80^\circ$ のとき、 $\angle DEB$ の大きさを求めなさい。

(2) $\triangle DEF \equiv \triangle CGF$ となることを証明しなさい。

(3) 四角形ADECの面積が 17 cm^2 、四角形ADFGの面積が 8 cm^2 のとき、 $DE:AC$ を最も簡単な整数の比で表しなさい。

(3) 指導観 (指導改善のポイント)

導入でグーグルの入社問題やガリバー旅行記という有名な話を取り上げることで、生徒の興味関心を高めるとともに、本単元や本授業のゴールイメージや見通しを持たせる。また、数学の授業で学習したことを、他でも活用できないか考えるきっかけのひとつとさせたい。

展開では、具体的な値で面積比を求め、相似比との関係を帰納的に理解させる。そして、具体的な数値を文字に置き換えて一般化していく。このようにスモールステップで取り組むことで文字に抵抗のある生徒でも理解できると考える。

一つ目の課題「問題の条件を適切に捉えることができていない」については、図形上に条件のマークを書き加えさせたり、理解の難しい生徒へは三角形の模型を渡し具体物を操作しながら考えさせたりするといった工夫をする。

二つ目の課題「証明をかく」ことについては、論理的に説明をすることがその基礎となるので、面積比の求め方をグループで交流することで、相互に説明する力を高めたり、他者から学ぶ良さを感じさせたりしたい。

単元の目標

- 相似な図形についての基礎的な概念や原理・法則などを理解するとともに、事象を数学化したり、数学的に解釈したり、数学的に表現・処理したりする技能を身につける。【知識・技能】
- 図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現する力を養う。
【思考力・判断力・表現力】
- 相似な図形について、数学的活動の楽しさや数学のよさを実感して粘り強く考え、数学を生活や学習に生かそうとする態度、問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとする態度を養う。
【学びに向かう人間性】

本校で育成を目指す資質・能力と評価規準との関わり

資質・能力	本校が育成を目指す資質・能力	本校が育成を目指す資質・能力を身に付けさせるための手立て
知識・技能	相似な図形についての基礎的な概念や原理・法則などを理解し、事象を数学的に表現・処理する技能	授業毎の振り返りの記入や、小テストを行うことで、定着度を知り、その後の学習につながるようにする。
思考力・判断力・表現力	図形の構成要素の関係に着目し、図形の性質や計量について論理的に考察し表現する力	なぜそうなるのか、なぜそう思うのかを考える場や他の生徒の意見を聞く場をもうけたりすることで、根拠を述べるができるようにする。
主体性・協働性	他者の考えを認め、多様な考えをもとに、考えを深めようとする態度	答えを求める過程や表現方法など、意見交流を通して自分の考えを再考することができるようにする。

単元の評価規準

ア 知識及び技能	イ 思考力, 判断力, 表現力等	ウ 学びに向かう力, 人間性等
<p>①図形の相似の意味と相似な図形の性質や三角形の相似条件を理解している。</p> <p>②相似比や三角形と比の定理の意味を理解し、相似な図形の相似比や線分の長さなどを求めることができる。</p> <p>③中点連結定理を理解し、それを利用して線分の長さを求めることができる。</p> <p>④相似比と面積比や体積比の関係を理解し、それを利用して面積や体積を求めることができる。</p>	<p>①三角形の相似条件を利用して、2つの三角形が相似かどうかを判断し、図形の性質を証明したりすることができる。</p> <p>②図形の辺の比の関係を求めたり、直接測定できない高さや距離などを縮図をかくて求めたりすることができる。</p> <p>③中点連結定理を理解し、それを利用して線分の長さを求めることができる。</p> <p>④相似な図形の相似比と面積比及び体積比を調べ、文字式を用いるなどしてそれらの関係について考えることができる。</p>	<p>①図形の相似について考えようとしている。</p> <p>②図形の相似について学んだことを生活や学習に生かそうとしている。</p> <p>③図形の相似を活用した問題解決の過程を振り返って評価・改善しようとしている。</p>

指導と評価の計画

次	学習内容	評 価
		評価規準（評価方法） 【評価規準, 資質・能力】

1 (本時)	・相似な平面図形の相似比と面積比には、どのような関係があるかを調べる。	相似な三角形で、相似比と面積比の関係を見いだすことができる。(ワークシート, 振り返りカード)【イ-④, ウ-②, 思, 主】
2	・平面図形の周の長さや体積を、相似比を利用して求める。	相似な平面図形の相似比と面積比の関係を理解し、それを利用して図形の面積を求めることができる。(ノート, 振り返りカード)【ア-④, 知】
3	・相似な立体の相似比と表面積の比, 体積比の関係を調べる。	相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係を見いだすことができる。(ノート, 振り返りカード)【イ-④, ウ-②, 思, 主】
4	・立体の表面積や体積を、相似比を利用して求める。	相似な立体の相似比と表面積の比や体積比の関係をj利用して、立体の表面積や体積を求めることができる。(ノート, 振り返りカード)【ア-②, ウ-②, 知, 主】
5	・具体的な問題を、立体の相似比を利用して考える。	図形の相似について学んだことを生活や学習に生かし、問題を解決することができる。(ノート, 振り返りカード)【ア-④, ウ-②, 知, 主】

本時の学習

(1) 本時の目標

相似な三角形で、相似比と面積比の関係を見いだすことができる。

(思考力・判断力・表現力／学びに向かう力・人間性)

(2) 観点別評価規準

B	A	C
相似な三角形の相似比と面積比の関係を調べ、説明することができる。	相似な三角形の相似比と面積比の関係を多様な方法で調べ、文字や式を用いて説明することができる。	相似な三角形の相似比と面積比の関係を調べ、まとめることができる。

(3) 準備物

ワークシート 三角形の模型

(4) 学習の展開

	学習活動	◇指導上の留意事項 ◆「努力を要する」状況と判断した生徒への指導の手だて	評価規準 (評価方法)
導 入	<p>①単元のゴールイメージを持たせる。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p style="text-align: center;">グーグルの入社問題</p> <p>あなたの体が5セント玉(1円)くらいの大きさに縮んで、ミキサーの中に放り込まれました。体は縮みましたが、密度は変わりません。60秒後にミキサーの刃が動き始めます。どうしますか？</p>  </div> <p>②本時の課題を提示する。</p> <div style="border: 1px solid black; padding: 5px; margin: 5px;"> <p>「小人用の敷き布団150人分縫い合わせて1枚とし、同じ大きさのものを4枚重ねて敷き、ガリバーの敷き布団とした」</p> <p>Q この敷き布団の大きさと厚さはガリバーにとって十分なものだろうか？</p> </div>	<p>◇体が1円玉サイズに縮むことから相似の考え方が活用できそうだと感じさせる。</p> <p>◇ガリバー旅行記について確認し、写真を見せ、問題を提示する。</p>	

	<p>② めあての提示</p>		
<p>展 開</p>	<p>本時のめあて 「相似比と面積比の関係を理解し、説明することができる」</p> <p>③相似な三角形の面積比を予想する。 ＜予想される生徒の考え＞</p> <ul style="list-style-type: none"> ・面積比 1 : 2, 1 : 3 ・面積比 1 : 4, 1 : 6 ・面積比 1 : 4, 1 : 9 <p>④面積比を考える。(個人思考)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・三角形の敷きつめを利用して考える。 ・底辺と高さを使って考える。 <p>⑤グループで面積比を確認する。(集団思考→全体交流)</p> <ul style="list-style-type: none"> ・自分の考えを説明する。 ・他の人の考えを聞いて自分の考えと比べる。 <p>⑥相似比と面積比の関係について考える。(全体交流)</p> <p>⑦相似比と面積比の関係についてまとめる。</p>	<p>◇相似比が 1 : 2, 1 : 3 となる 3 つの三角形の場合について考えさせる。</p> <p>◇文字や式を用いて表したり, 3 つの三角形にかき込んだりしてよいことを伝える。</p> <p>◆最も小さい三角形の模型を使って考えさせる。</p> <p>◇△ABCの底面を acm, 高さを hcm として面積を考えさせる。</p> <p>◆机間指導し, 適宜アドバイスする。</p> <p>◇グループで, 面積だけでなく, なぜその面積比になるのかも互いに説明するように伝える。</p> <p>◇各自の説明が終わったグループには, 相似比と面積比にどんな関係があるかについても着目するように助言する。</p> <p>◇グループ交流で出た意見を全体で交流する。</p>	<p>相似な三角形の相似比と面積比の関係を調べ, 説明することができる。(ワークシート, 行動観察)</p>
	<p>相似な三角形で, その相似比が $m : n$ のとき, 面積比は $m^2 : n^2$ となる。</p> <p>⑧本時の課題の答えを考える。</p> <ul style="list-style-type: none"> ・本時に学習したことから, ガリバーの敷き布団が十分なものだったかを考える。 	<p>◇小人とガリバーを相似として, 小人 15cm, ガリバー180cm から相似比を考えさせる。</p> <p>◇面積比が $1^2 : 12^2$ であることを確認する。</p> <p>◇敷き布団の大きさ(面積比)と厚さ(相似比)を考えさせる。</p>	

振 り 返 り	⑨振り返りを書く。	
	<p>○生徒の振り返り例</p> <ul style="list-style-type: none"> ・相似比と面積比の関係が $m : n$ のとき $m^2 : n^2$ となることが分かった。 ・相似比と面積比の関係を，模型と文字式の2つの方法で説明することができた。 ・ガリバー旅行記に数学が使われているのに驚いた。 ・体積比だとどうなるのか知りたい。 	<p>相似な三角形の相似比と面積比の関係を調べ，説明することができる。(振り返りカード)</p>